BAB 3
Interpolasi

1. Beda Hingga
2. Interpolasi Linear dan Kuadrat
3. Interpolasi Beda-Maju dan Beda-Mundur Newton
4. Polinom Interpolasi Beda Terbagi Newton
5. Polinom Interpolasi Lagrange

1. Beda Hingga

Misalkan diberikan suatu tabel nilai-nilai numeris $f_j = f(x_j)$ dari suatu fungsi f pada titik-titik yang berjarak sama,

$$x_0, \quad x_1 = x_0 + h, \quad x_2 = x_0 + 2h, \quad x_3 = x_0 + 3h, \ldots$$

dengan $h > 0$ tetap.

Fungsi $f(x_i)$ bisa berupa hasil suatu rumus atau nilai yang diperoleh secara empiris dari percobaan.

Beda-beda pertama dari fungsi *f* diperoleh dengan mengurangkan tiap nilai fungsi *f(x)* untuk *x* berikutnya yang lebih besar dalam tabel.

Beda-beda kedua dari fungsi *f* diperoleh dengan mengurangkan tiap nilai beda pertama dari fungsi *f(x)* untuk *x* berikutnya yang lebih besar dalam tabel.

Seterusnya sehingga dalam **tabel beda**, setiap beda dimasukan ke dalam kolom yang sesuai, ditengah-tengah antara elemen-elemen kolom sebelumnya dari mana beda itu dibangun. Titik (koma) desimal dan nol pemula dari beda-beda itu boleh dihilangkan.

Terdapat tiga notasi untuk beda-beda yang terjadi dalam suatu tabel beda.

A. Beda-beda Pusat

Bentuk tabel beda-beda pusat sebagai berikut:

x	f(x)	Beda Pertama	Beda Kedua	Beda Ketiga
x_{-2}	f_{-2}			
		$\delta f_{-\frac{3}{2}}$		
x_{-1}	f_{-1}		$\delta^2 f_{-1}$	
		$\delta f_{-\frac{1}{2}}$		$\delta^3 f_{-\frac{1}{2}}$
x_0	f_0		$\delta^2 f_0$	
		$\delta f_{\frac{1}{2}}$		$\delta^3 f_{\frac{1}{2}}$
x_1	f_1		$\delta^2 f_1$	
		$\delta f_{\frac{3}{2}}$		
x_2	f_2			

Secara umum diperoleh,

$$\left.\begin{aligned} \delta f_{m+\frac{1}{2}} &= f_{m+1} - f_m \\ \delta^2 f_m &= \delta f_{m+\frac{1}{2}} - \delta f_{m-\frac{1}{2}} \end{aligned}\right\}$$

Indeks beda di kiri adalah rataan indeks beda di kanan

B. ***Beda-beda Maju***

Bentuk tabel beda-beda maju sebagai berikut:

x	f(x)	Beda Pertama	Beda Kedua	Beda Ketiga
x_{-2}	f_{-2}			
		Δf_{-2}		
x_{-1}	f_{-1}		$\Delta^2 f_{-2}$	
		Δf_{-1}		$\Delta^3 f_{-2}$
x_0	f_0		$\Delta^2 f_{-1}$	
		Δf_0		$\Delta^3 f_{-1}$
x_1	f_1		$\Delta^2 f_0$	
		Δf_1		
x_2	f_2			

Secara umum diperoleh,

$$\Delta f_m = f_{m+1} - f_m$$

$$\Delta^2 f_m = \Delta f_{m+1} - \Delta f_m$$

Beda-beda dengan indeks yang sama terletak pada garis yang miring ke bawah atau maju pada tabel

Algoritma Beda-beda maju

Diberikan x_j, $\Delta^0 f_j = f_j = f(x_j), j = 0, 1, 2, ..., n$

Untuk $k = 1, 2, \ldots, n$ lakukan

untuk $m = 0, 1, \ldots, n - k$, lakukan

$$\Delta^k f_m = \Delta^{k-1} f_{m+1} - \Delta^{k-1} f_m$$

C. *Beda-beda Mundur*

Bentuk tabel beda-beda mundur sebagai berikut:

x	f(x)	Beda Pertama	Beda Kedua	Beda Ketiga
x_{-2}	f_{-2}			
		∇f_{-1}		
x_{-1}	f_{-1}		$\nabla^2 f_0$	
		∇f_0		
x_0	f_0		$\nabla^2 f_1$	$\nabla^3 f_1$
		∇f_1		
x_1	f_1		$\nabla^2 f_2$	$\nabla^3 f_2$
		∇f_2		
x_2	f_2			

Secara umum diperoleh,

$$\nabla f_m = f_{m-1} - f_m$$
$$\nabla^2 f_m = \nabla f_{m-1} - \nabla f_m$$

Beda-beda dengan indeks yang sama terletak pada garis yang miring ke atas atau mundur pada tabel

Kaitan dari ke tiga notasi beda-beda di atas adalah :

$$\delta^n f_m = \Delta^n f_{m-\frac{n}{2}} = \nabla^n f_{m+\frac{n}{2}}$$

Contoh 3.1

Nilai dan beda dari f(x) = 1/x, x = 1 (0.2) 2, 4D

x	f(x)	Beda Pertama	Beda Kedua	Beda Ketiga	Beda Keempat
1.0	1.0000				
		−1667			
1.2	0.8333		477		
		−1190		−180	
1.4	0.7143		297		82
		−893		−98	
1.6	0.6250		199		37
		−694		−61	
1.8	0.5556		138		
		−556			
2.0	0.5000				

Catatan, bila ditetapkan x_0 = 1.6, maka diperoleh

$$-0.0893 = \delta f_{-\frac{1}{2}} = \Delta f_{-1} = \nabla f_0$$

2. Interpolasi linear dan Kuadrat

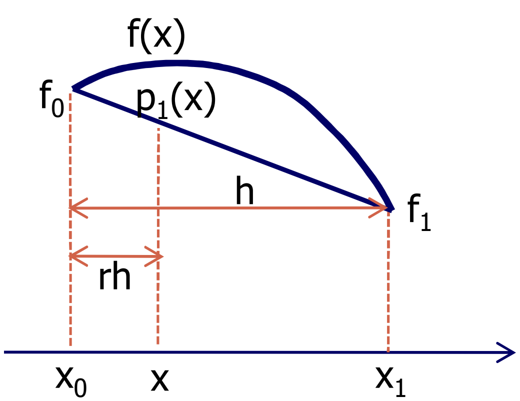
Diberikan tabel nilai suatu fungsi *f(x)*, seringkali untuk mencari nilai-nilai *f(x)* untuk nilai *x* diantara nilai-nilai *x* yang muncul dalam tabel tersebut.

Masalah untuk memperoleh nilai *f(x)* demikian disebut **Interpolasi**.

Nilai-nilai *f(x)* yang ditabulasikan dan digunakan dalam proses ini disebut **nilai-nilai pivotal**.

Metode interpolasi biasanya didasarkan pada asumsi bahwa disekitar nilai *x* yang dipertanyakan, fungsi *f(x)* dapat dihampiri oleh polinom *p(x)*, yang nilainya pada *x* tersebut merupakan hampiran dari nilai fungsi *f(x)*.

Interpolasi linear



Iterpolasi linear adalah metode interpolasi yang paling sederhana. Kurva fungsi *f* dihampiri dengan suatu tali busur pada dua nilai tabulasi yang berdekatan x_0 dan x_1.

Hampiran *f* pada $x = x_0 + rh$ adalah

$$f(x) \approx p_1(x) = f_0 + r(f_1 - f_0) \ = f_0 + r\Delta f_0$$

Dimana : $r = \dfrac{x - x_0}{h}, \ 0 \le r \le 1$

Interpolasi linear sering digunakan untuk menghitung tabel logaritma dan fungsi trigonometri.

Interpolasi linear akan memberikan hasil yang baik selama nilai-nilai x dalam tabel sedemikian dekatnya sehingga talibusur-talibusur menyimpang dari kurva *f(x)* cukup kecil, katakanlah kurang dari ½ satuan angka terakhir dalam tabel untuk setiap *x* diantara x_0 dan x_1.

Galat untuk iterpolasi linear adalah $\varepsilon(x) = p_1(x) - f(x) = f_0 + r(f_1 - f_0) - f(x)$

Taksiran galat tersebut adalah : $|\varepsilon(x)| \le \frac{1}{8} h^2 M_2$

Dimana *f(x)* mempunyai turunan kedua pada $x_0 \le x \le x_1$ dan *f"(x)* terbatas dengan $|f''(x)| \le M_2$

<u>Interpolasi kuadrat</u>

Pada interpolasi kuadrat, kurva fungsi *f* diantara x_0 dan $x_2 = x_0 + 2h$ dengan parabola kuadrat yang melalui titik-titik (x_0, f_0), (x_1, f_1), (x_2, f_2) sehingga mendapatkan rumus yang lebih teliti.

$$f(x) \approx p_2(x) = f_0 + r(f_1 - f_0) + \frac{r(r-1)}{2}(f_2 - 2f_1 + f_0) \quad = f_0 + r\Delta f_0 + \frac{r(r-1)}{2}\Delta^2 f_0$$

dimana, $r = \dfrac{x - x_0}{h}, \; 0 \le r \le 2$

Contoh 3.2

Diketahui nilai ln 9.0 = 2.1972 dan nilai ln 9.5 = 2.2513. Tentukan nilai ln 9.2.

Jawab

Diperoleh $r = 0.2 / 0.5 = 0.4$, sehingga

$$\ln 9.2 = \ln 9.0 + 0.4\,(\ln 9.5 - \ln 9.0)$$

$$= 2.1972 + 0.4\,(2.2513 - 2{,}1972)$$

$$= 2.2188 \quad \text{(eksak sampai 3D)}$$

Contoh 3.3

Diketahui nilai ln 9.0 = 2.1972, ln 9.5 = 2.2513 dan nilai ln 10.0 = 2.3026. Tentukan nilai ln 9.2.

Jawab

Diperoleh $r = 0.2 / 0.5 = 0.4$, sehingga

$$\ln 9.2 = \ln 9.0 + 0.4\,(\ln 9.5 - \ln 9.0) + (1/2)(0.4)(-0{,}6)(\ln 10.0 - (2)(\ln 9.5) + \ln 9.0)$$

$$= 2.197 + 0.4\,(2.251 - 2{,}197) + (-0.12)(2.3026 - (2)2.2513 + 2.1972)$$

$$= 2.2192 \text{ (eksak sampai 4D)}$$

3. Interpolasi Beda Maju dan Beda Mundur Newton

Hampiran lebih teliti diperoleh bila menggunakan polinom yang derajatnya lebih tinggi.

Polinom $p_n(x)$ berderajat n ditentukan secara tunggal oleh n+1 nilai x_i, $i = 0, 1, 2, \ldots, n$, yang berlainan, sedemikian sehingga diperoleh,

$$p_n(x_0) = f_0\ ,\ \ p_n(x_1) = f_1, \ldots,\ \ p_n(x_n) = f_n$$

dengan $f(x_0) = f_0\ ,\ \ f(x_1) = f_1, \ldots,\ \ f(x_n) = f_n$

Polinom ini diberikan dalam **rumus interpolasi beda-maju Newton**:

$$f(x) \approx p_n(x) = f_0 + r\Delta f_0 + \frac{r(r-1)}{2!}\Delta^2 f_0 + \ldots + \frac{r(r-1)\ldots(r-n+1)}{n!}\Delta^n f_0$$

$$= \sum_{s=0}^{n} \binom{r}{s} \Delta^s f_0$$

Dimana : $r = \dfrac{x - x_0}{h},\ 0 \le r \le n$

$\displaystyle \binom{r}{s} = \frac{r(r-1)(r-2)\ldots(r-s+1)}{s!}$ adalah koefisien-koefisien binomial dari $p_n(x)$

Bukti.

Akan ditunjukkan bahwa $p_n(x_k) = f_k$ untuk $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

Tetapkan terlebih dahulu $r = k$, sehingga diperoleh $x = x_0 + rh = x_0 + kh = x_k$.

dan $$f_k = p_n(x_k) = \sum_{s=0}^{k} \binom{k}{s} \Delta^s f_0$$

$$f_k = f_0 + k\Delta f_0 + \binom{k}{2}\Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{k}{k}\Delta^k f_0$$

Pembuktian secara induksi,

(i). Untuk $k = 0$ maka $f_0 = f_0$, sehingga rumus benar untuk $k = 0$.

(ii). Misalkan rumus benar untuk k = q, yaitu $f_q = \binom{q}{0} f_0 + \binom{q}{1}\Delta f_0 + \binom{q}{2}\Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{q}{q}\Delta^q f_0$

maka akan ditunjukkan benar untuk k = q +1.

$$f_{q+1} = f_q + \Delta f_q$$

$$= \binom{q}{0} f_0 + \binom{q}{1}\Delta f_0 + \binom{q}{2}\Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{q}{q}\Delta^q f_0 + \binom{q}{0}\Delta f_0 + \binom{q}{1}\Delta^2 f_0 + \binom{q}{2}\Delta^3 f_0 + \ldots + \binom{q}{q}\Delta^{q+1} f_0$$

Pada rumus ini, $\Delta^s f_0$ mempunyai koefisien $\binom{q}{s} + \binom{q}{s-1} = \binom{q+1}{s}$ sehingga

$$f_{q+1} = \binom{q+1}{0} f_0 + \binom{q+1}{1}\Delta f_0 + \binom{q+1}{2}\Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{q+1}{q+1}\Delta^{q+1} f_0$$

Galat yang terlibat dalam interpolasi maju Newton adalah

$$\varepsilon(x) = p_n(x) - f(x) = \frac{1}{(n+1)!}(x-x_0)...(x-x_n)f^{(n+1)}(t)$$

Dengan $f^{(n+1)}$ adalah turunan ke-(*n+1*) dari fungsi *f* dan *t* terletak dalam interval yang titik-titik ujungnya adalah nilai terkecil dan terbesar dari nilai-nilai x_0, x_1, …, x_n, x.

Algoritma Rumus Interpolasi Beda-maju Newton

Diberikan $x_j = x_0 + jh$, j = 0, 1, 2, … dan nilai-nilai fungsi yang berpadanan yaitu $\Delta^0 f_j = f_j = f(x_j)$. Juga diberikan nilai $\hat{x}$

Tetapkan $p_0(\hat{x}) = f_0$

Hitung $r = \dfrac{\hat{x} - x_0}{h}$

Untuk k = 0, 1, 2, …, sampai penghentian, lakukan

$$p_{k+1}(\hat{x}) = p_k(\hat{x}) + \binom{r}{k+1}\Delta^{k+1} f_0$$

Periksa untuk penghentian

Contoh 3.4

Memakai nilai-nilai dari tabel berikut

x_i	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4
$f(x_i)$	1.414214	1.449138	1.483240	1.516575	1.549193

Terapkan rumus interpolasi beda maju Newton untuk mencari *f(2.05)* dan *f(2.15)*.

Jawab

a. Untuk x = 2.05, tetapkan x_0 = 2.0 sehingga r = 0.05 / 0.1 = 0.5

$$f(2.05) \approx p_4(2.05) = f_0 + r(f_1 - f_0) + \frac{r(r-1)}{2!}(f_2 - 2f_1 + f_0) + \frac{r(r-1)(r-2)}{3!}(f_3 - 3f_2 + 3f_1 - f_0)$$
$$+ \frac{r(r-1)(r-2)(r-3)}{4!}(f_4 - 4f_3 + 6f_2 - 4f_1 + f_0)$$
$$= 1.431782$$

b. Untuk x = 2.15, tetapkan x_0 = 2.1 sehingga r = 0.05 / 0.1 = 0.5

$$f(2.15) \approx p_3(2.15) = f_0 + r(f_1 - f_0) + \frac{r(r-1)}{2!}(f_2 - 2f_1 + f_0) + \frac{r(r-1)(r-2)}{3!}(f_3 - 3f_2 + 3f_1 - f_0)$$
$$= 1.466268$$

Sedangkan rumus untuk **interpolasi beda mundur Newton** adalah:

$$f(x) \approx p_n(x) = f_0 + r\nabla f_0 + \frac{r(r-1)}{2!}\nabla^2 f_0 + \ldots + \frac{r(r-1)\ldots(r-n+1)}{n!}\nabla^n f_0$$

$$= \sum_{s=0}^{n} \binom{r}{s} \nabla^s f_0$$

Dimana : $r = \frac{x - x_0}{h}$, $0 \le r \le n$

$$\binom{r}{s} = \frac{r(r-1)(r-2)\ldots(r-s+1)}{s!}$$ adalah koefisien-koefisien binomial dari $p_n(x)$

Rumus interpolasi lain yang menggunakan beda hingga adalah **rumus Everett** Rumus ini melibatkan beda-beda hingga tingkat genap. Rumus Everett yang paling sederhana adalah:

$$f(x) \approx (1-r)f_0 + rf_1 + \frac{(2-r)(1-r)(-r)}{3!}\delta^2 f_0 + \frac{(r+1)r(r-1)}{3!}\delta^2 f_1$$

Dimana : $r = \frac{x - x_0}{h}$, $0 \le r \le 1$

Untuk membuat penerapannya mudah, tabel-tabel fungsi biasanya menyerta-kan beda-beda kedua yang diperlukan. Galatnya adalah

$$\varepsilon(x) = p_n(x) - f(x) = -h^4 \binom{r+1}{4} f^{(4)}(t)$$

dimana $x_0 - h < t < x_0 + 2h$

Contoh 3.5

Memakai nilai-nilai dari tabel berikut

x_i	$f(x_i)$	$\delta^2 f_i$
1.2	3.3201	333
1.3	3.6693	367

Terapkan rumus Everett untuk mencari *f(1.24).*

Jawab

Untuk x = 1.24, tetapkan x_0 = 1.2 sehingga r = 0.04 / 0.1 = 0.4

$$f(1.24) \approx (0.6)(3.3201) + (0.4)(3.6693) + \frac{(1.6)(0.6)(-0.4)}{6}(0.0333)$$

$$+ \frac{(1.4)(0.4)(-0.6)}{6}(0.0367)$$

$$= 3.4598 - 0.0021 - 0.0021$$

$$= 3.4556$$

4. Polinom Interpolasi Beda terbagi Newton

Misalkan diberikan x_0, x_1, x_2 ,…, x_n dengan jarak sembarang.

Polinom $p_n(x)$ berderajat n melalui titik-titik (x_0, f_0), (x_1, f_1), …, (x_n, f_n) dengan $f_j = f(x_j)$ diberikan oleh **rumus interpolasi beda terbagi Newton**:

$$f(x) \approx p_n(x) = f_0 + (x - x_0) f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1) f[x_0, x_1, x_2]$$
$$+ \ldots + (x - x_0)\ldots(x - x_{n-1}) f[x_0, x_1, \ldots, x_n]$$

Melibatkan **beda-beda terbagi**, yang secara iteratif didefinisikan sebagai,

$$f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{x_2 - x_0}$$

....

$$f[x_0, x_1, \ldots, x_k] = \frac{f[x_1, x_2, \ldots, x_k] - f[x_0, x_1, \ldots, x_{k-1}]}{x_k - x_0}$$

Jika $x_k = x_0 + kh$ **berjarak sama,** maka bentuk rumus di atas sama dengan rumus interpolasi beda maju Newton.

Algoritma Polinom Beda terbagi Newton.

Masukan : n, x_i, i = 0, 1, .., n ; $f(x_i)$, i = 0, 1, .., n

x, Epsilon

Langkah-langkah :

> Catatan:
> $b_0, b_1, b_2, \ldots$ menyatakan $f(x_0)$, $f[x_0,x_1]$, $f[x_0,x_1,x_2]$

$$b_0 \leftarrow f(x_0)$$

$$p_{bagi} \leftarrow b_0; \quad faktor \leftarrow 1$$

$$Untuk \;\; i \leftarrow 1, 2, \ldots, n, \;\; lakukan$$

$$b_i \leftarrow f(x_i)$$

$$Untuk \;\; j \leftarrow i-1, i-2, \ldots, 0, \;\; lakukan$$

$$b_j \leftarrow \frac{b_{j+1} - b_j}{x_i - x_j}$$

$$faktor \leftarrow faktor.(x - x_{i-1})$$

$$suku \leftarrow b_0.faktor$$

$$p_{bagi} \leftarrow p_{bagi} + suku$$

$$Jika \;\; |suku| \le Epsilon \; maka \; Selesai$$

Contoh 3.6

Diberikan pasangan nilai x_0 = 1, $f(x_0)$ = 0; x_1 = 4, $f(x_1)$ = 1.3862944; x_2 = 6, $f(x_2)$ = 1.7917595; x_3 = 5, $f(x_3)$ = 1.6094379;

a. Buat tabel beda terbagi dari data tersebut.

b. Gunakan tabel beda terbagi di atas dalam menerapkan rumus interpolasi beda terbagi Newton dengan x = 2

<u>Jawab</u>

a. Tabel beda terbaginya adalah

i	x_i	$f(x_i)$	f[,]	f[, ,]	f[, , ,]
0	1	0			
			0.4620981		
1	4	1.3862944		−0.0518731	
			0.2027326		0.007865
2	6	1.7917595		−0.0204109	
			0.1823216		
3	5	1.6094379			

b. $f(2) \approx p_2(2) = 0 + (2-1)(0.4620981) + (2-1)(2-4)(-0.0518731) = 0.5658444$

$$f(2) \approx p_3(2) = p_2(2) + (2-1)(2-4)(2-6)(0.007865) = 0.6287687$$

5. Polinom Interpolasi Lagrange

Metode interpolasi lain dalam kasus nilai pivotal x_0 ini didasarkan kepada **rumus interpolasi Lagrange n + 1** titik,

$$f(x) \approx L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{l_i(x)}{l_i(x_i)} f_i$$

dengan,

$$l_0(x) = (x - x_1)(x - x_2)...(x - x_n)$$
$$l_1(x) = (x - x_0)(x - x_2)...(x - x_n)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$l_i(x) = (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})...(x - x_n)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$l_n(x) = (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_{n-1})$$

Dalam hal ini terlihat bahwa untuk $x = x_i$, maka $f(x_i) \approx L_n(x_i) = f_i$

Rumus Interpolasi Lagrange dapat juga ditulis dalam bentuk

$$f(x) \approx L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} l(x, x_i) f_i$$

dengan $$l(x, x_i) = \prod_{j \neq i} \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right)$$

Algoritma Polinom Interpolasi Lagrange

Masukan : n, x_i, i = 0, 1, .., n ; $f(x_i)$, i = 0, 1, .., n ; x

Langkah-langkah :

$$plag \leftarrow 0$$

$$Untuk \;\; i \leftarrow 1, 2, ..., n, \;\; lakukan$$

$$faktor \leftarrow 1$$

$$Untuk \;\; j \leftarrow 0, 1, ..., n, \;\; lakukan$$

$$Jika \;\; j \neq i \;\; maka \;\; faktor \leftarrow faktor.\left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j}\right)$$

$$plag \leftarrow plag + faktor \;.\; f(x_i)$$

Contoh 3.7

Diberikan pasangan nilai *x* dan *f(x)* berikut:

X	9.0	9.5	10.0	11.0
f(x)	2.19722	2.25129	2.30259	2.39790

Gunakan Interpolasi Lagrange untuk menghitung *f(9.2)*.

Jawab

Dalam hal ini diperoleh,

$$l_0(x) = (x-9.5)(x-10.0)(x-11.0)$$

$$l_1(x) = (x-9.0)(x-10.0)(x-11.0)$$

$$l_2(x) = (x-9.0)(x-9.5)(x-11.0)$$

$$l_3(x) = (x-9.0)(x-9.5)(x-10.0)$$

Sehingga

$$f(9.2) \approx L_3(9.2) = \sum_{i=0}^{3} \frac{l_i(9.2)}{l_i(x_i)} f_i$$

$$= \frac{l_0(9.2)}{l_0(x_0)} f_0 + \frac{l_1(9.2)}{l_1(x_1)} f_1 + \frac{l_2(9.2)}{l_2(x_2)} f_2 + \frac{l_3(9.2)}{l_3(x_3)} f_3$$

$$= \frac{-0.43200}{-1.0000} 2.19722 + \frac{0.28800}{0.37500} 2.25129 + \frac{0.10800}{-0.50000} 2.30259 + \frac{0.04800}{3.00000} 2.39790$$

$= 2.21920$ (Eksak sampai 5D)

Masalah pencarian x untuk f(x) yang diberikan dikenal sebagai **interpolasi balikan** / **invers**.

Jika fungsi f terdiferensialkan dan df/dx tidak nol dekat titik dimana interpolasi balikan harus diperhitungkan, balikan $x = F(y)$ dan $y = f(x)$ ada secara lokal didekat nilai f yang diberikan dan mungkin terjadi bahwa F dapat dihampiri dalam lingkungan itu dengan suatu polinom yang derajatnya agak rendah. Kemudian jalankan interpolasi balikan dengan membuat tabulasi F sebagai suatu fungsi y dan menerapkan metode-metode interpolasi yang langsung pada F.

Jika $df/dx = 0$ dekat atau pada titik yang diinginkan, kemungkinan berguna untuk memecahkan $p(x) = f$ dengan iterasi. Dalam hal ini, p(x) adalah polinom yang menghampiri f(x) dan f adalah nilai yang diberikan.